

文章编号: 1673-5005 (2007) 05-0055-05

牛顿流体中的固体颗粒运动模型分析及应用

董长银¹, 栾万里², 周生田³, 张琪¹

(1. 中国石油大学 石油工程学院, 山东 东营 257061; 2 辽河石油勘探局 钻井一公司, 辽宁 盘锦 042700;
3 中国石油大学 数学与计算科学学院, 山东 东营 257061)

摘要: 从更普遍的情况出发, 重新推导了任意流体流速及固液密度条件下的牛顿流体中的固体砂粒运动(沉降或上升)末速计算模型。根据已有的实验结果, 分析比较了过渡区和层流区各种阻力系数模型计算的准确性, 以及各流型之间过渡时的基本变化特征。结果表明, 层流区各阻力系数模型计算结果相差不大; 过渡区阻力系数计算模型中, 窦国仁、董长银、S. H. Allen、冈恰洛夫 5种公式准确性依次变差; 层流区向过渡区的计算结果转变比较平滑, 而过渡区向紊流区的转变明显不连续。

关键词: 牛顿流体; 颗粒沉降; 运动末速; 阻力系数; 沉降实验

中图分类号: TE 358.1 **文献标识码:** A

Analysis and application of model for solid particle movement in Newton fluid

DONG Chang-yin¹, LUAN Wan-li², ZHOU Sheng-tian³, ZHANG Qi¹

(1. College of Petroleum Engineering in China University of Petroleum, Dongying 257061, Shandong Province, China;
2. First Drilling Company of Liaohe Petroleum Exploration Bureau, Panjin 042700, Liaoning Province, China;
3. College of Mathematics and Computational Science in China University of Petroleum, Dongying 257061, Shandong Province, China)

Abstract Considering more universal conditions, an integrated model for solid particle movement (ascending or descending) in Newton fluid was developed with any fluid velocity and density of solid and fluid. According to the present experiment results, the precision of all calculation correlations for resistance factor in transition zone and laminar zone was compared. And then, the particle moving velocity transition characteristics from one flow pattern to another were analyzed. The analysis indicates that the results of all resistance factor calculation models in laminar zone are very closing with good coherence. In transition zone, the calculation precision of Dou, Dong, Allen and Gang's resistance factor model, in this order, varies from good to bad. The moving velocity changes smoothly from laminar zone to transition zone, and jumps from transition to turbulent zone.

Key words: Newton fluid; particle deposit; moving velocity; resistance factor; deposit experiment

石油开采过程中存在很多的垂直流固两相流动过程,如钻井过程中的岩屑携带,水力压裂与砾石充填过程中的井筒中支撑剂和充填颗粒材料的携带,以及出砂油气井排砂生产过程中井筒中砂粒的携带等。目前,对于上述流固两相流过程的研究一般基于静水条件下的固体颗粒沉降模型^[1],模型中假设

流体静止,并且要求固体颗粒密度大于流体密度,其假设条件不具有普遍意义。另外,阻力系数的计算在不同的流型下有多种计算方法,实际应用选取时比较困难。笔者从更普遍的情况出发,重新推导任意流体流速及固液密度差条件下牛顿流体中的固体砂粒运动末速计算模型,并根据已有的实验结果,分

收稿日期: 2007 - 06 - 30

基金项目: 国家“863”计划项目(2006AA09Z351)

作者简介: 董长银(1976 -),男(汉族),河南卫辉人,副教授,博士,主要从事采油工程、油气井防砂、多相流方面的研究。

析对比各流型条件下的各种阻力系数模型计算的准确性,以及各流型之间过渡时的基本变化特征,为模型在实际生产中的应用提供便利,该计算模型适用于牛顿液体和气体。

1 颗粒运动计算模型

考虑一般情况,作如下约定:颗粒受力、流体流速和运动速度向上为正、向下为负,且颗粒运动速度为负值表示沉降,正值则表示上升。

1.1 固体颗粒在流体中的受力分析

油气井井筒中的流固流动,一般属于稀疏固体流动,因此附加质量力、Basset力、Magnus力、Saffman力等忽略不计,只考虑重力、浮力和表面阻力。由于目的是考察颗粒运动末速,变速运动过程中的惯性力也不予考虑。

考虑问题的普遍性,流体中颗粒运动如图1所示,固体颗粒为球形, v_f 为牛顿流体流速($v_f=0$ 时表示静止), ρ_s 和 ρ_f 分别为固体颗粒与流体的密度。

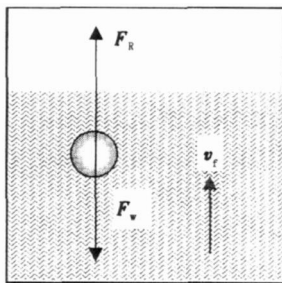


图1 流体中颗粒运动示意图

在流体中考虑浮力后球形颗粒的重力为

$$F_w = -\frac{1}{6} d_s^3 g (\rho_s - \rho_f). \quad (1)$$

式中, F_w 为固体颗粒浮重,N; d_s 为固体颗粒粒径,mm。

表面阻力为流体作用于固体表面的力,它与流体和固体颗粒的相对运动有关,关系式为

$$F_R = \frac{1}{8} d_s^2 \rho_f C_D |v_f - v_s| (v_f - v_s). \quad (2)$$

式中, F_R 为固体颗粒所受表面阻力,N; C_D 为阻力系数; v_s 为固体颗粒运动速度。

文献[2]中还考虑了压力梯度力,但经过考证,压力梯度力实际为浮力。按照文献[2]的模型,压力梯度力正好与颗粒所受的浮力相等,方向相反,结果等于没有考虑浮力。因此本文的研究中,暂不考虑压力梯度力的作用。

1.2 沉降末速计算模型

颗粒在运动中受到流体阻力和重力的作用,颗

粒沉降运动方程为

$$F_w + F_R = m_s \frac{dv_s}{dt} \quad (3)$$

式中, m_s 为固体颗粒运动加速度, m/s^2 ; t 为时间,s。将式(1)、(2)代入式(3)后得到

$$dt = \frac{d_s \rho_f}{\frac{3}{4} \rho_f C_D |v_f - v_s| (v_f - v_s) - d_s g (\rho_s - \rho_f)} dv_s \quad (4)$$

如果已知沉降末速,采用数值积分法可确定从静止到运动平衡时所需的时间。

当颗粒达到受力平衡状态时,开始匀速运动

(上升或下降),这时有 $\frac{dv_s}{dt} = 0$,式(3)变为

$$F_w + F_R = \frac{1}{8} d_s^2 \rho_f C_D |v_f - v_s| (v_f - v_s) - \frac{1}{6} d_s^3 g (\rho_s - \rho_f) = 0 \quad (5)$$

当固体颗粒密度大于流体密度,即 $\rho_s > \rho_f$ 时,必然有 $v_f - v_s > 0$,则方程(5)转化为

$$\frac{1}{8} d_s^2 \rho_f C_D (v_f - v_s)^2 - \frac{1}{6} d_s^3 g (\rho_s - \rho_f) = 0, \quad (6)$$

$$v_s = v_f - \sqrt{\frac{4}{3} d_s g \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f C_D}} \quad (7)$$

当固体颗粒密度小于流体密度,即 $\rho_s < \rho_f$ 时,必然有 $v_f - v_s < 0$,则方程(5)转化为

$$(v_f - v_s)^2 = -\frac{4}{3} \frac{d_s^3 g (\rho_s - \rho_f)}{d_s^2 \rho_f C_D}, \quad (8)$$

$$v_s = v_f + \sqrt{-\frac{4}{3} d_s g \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f C_D}} \quad (9)$$

方程(6)~(9)即为任意流速和流固密度条件下牛顿流体中固体颗粒运动末速计算模型。该模型能够描述固体颗粒在静止或流动流体中的上升、悬浮和沉降运动特征,根据计算结果的正、负值即可判断运动方向,因此更具有普遍意义,适用范围更广泛。当 $v_f=0$, $\rho_s > \rho_f$ 时,上述模型变成方程(1)的形式。

2 阻力系数计算模型

根据假设,考虑流固相对运动,颗粒流动雷诺数变为如下形式:

$$Re = \frac{|v_f - v_s| d_s \rho_f}{\mu_f}$$

式中, μ_f 为牛顿流体粘度, $mPa \cdot s$; Re 为雷诺数。

牛顿流体中颗粒运动阻力系数 C_D 是雷诺数 Re 的单值函数,按雷诺数可以把阻力系数曲线分为4

个区。由于要对比各种阻力系数的计算结果,此处简要列出各模型的计算方法。

2.1 层流区 (Re < 1)

对于颗粒沉降的层流区阻力系数计算,目前常用的模型有 4 种^[1,3]。

斯托克斯 (Stokes)公式为

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

C. W. Oseen相关式为

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re \right)$$

S. Goldstein相关式为

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re - \frac{19}{1280} Re^2 + \frac{71}{20480} Re^3 - \dots \right)$$

冈恰洛夫相关式为

$$C_D = 768 \frac{f}{s-f} \frac{\mu_f^2}{g^2 d_s^3}$$

2.2 过渡区 (1 < Re < 1000)

对于过渡区沉降阻力系数的计算,常用模型有 5 种。

H. S. Allen阻力系数公式为

$$C_D = 30Re^{-0.625}$$

窦国仁公式^[3]为

$$C_D = \left(\frac{4}{Re} + \frac{3}{4} \right) \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) + \frac{1.2}{8} \sin^2 \theta$$

式中, θ 为流固分离角, rad。

窦国仁提出的分离角计算方法出现严重的不连续,文献 [1] 中提出的分离角计算方法相对稳定,表达式为

$$\theta = \frac{\ln(2.5Re)}{\ln 2500}$$

冈恰洛夫公式为

$$C_D = \frac{3}{4} \left(\frac{\mu_f}{g} \right)^{2/3} \left| \frac{s-f}{f} \right|^{1/3} d_s$$

$$= 0.081 \left[\lg 83 \left(\frac{3.7d_s}{d_0} \right)^{1-0.0377} \right]$$

式中, d_0 为定性粒径,取 $d_0 = 1.5 \text{ mm}$; T 为流体温度, ; μ_f 为系数,无量纲。

相关式为

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{1/3}}$$

董长银计算公式^[4]为

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{0.4}}$$

2.3 紊流区 (1 × 10³ < Re < 2 × 10⁵)

一般认为,紊流区沉降的圆球形固体颗粒的阻

力系数接近一常数,取 $C_D = 0.45$ 。

2.4 边界层紊流区 (Re > 2 × 10⁵)

实际生产中该种流型出现的较少,研究也较少,在此不做详细介绍。

3 气体中的阻力系数

原则上固体颗粒在气体中的运动阻力系数与牛顿流体相同。但实际上,利用牛顿流体模型计算气体中颗粒沉降的阻力系数会出现一些问题。

颗粒在气体中(如天然气井)运动与在液体中运动最大的不同在于,气体的粘度与密度都远小于液体,而流速远高于液体(如气井与油井的比较),则计算出来的雷诺数会大不相同。经一般条件下的计算检验,固体砂粒在气体中的运动雷诺数远大于液体中的,按照流型的划分,一般会位于紊流沉降区或边界层紊流沉降区。而根据现有的计算模型,在这两个区域,阻力系数为常数,即 $C_D = 0.45$,该结果是基于液体的研究得到的,对于气体是不适用的。

针对上述问题,对于固体颗粒在气体中的运动阻力系数,层流与过渡流区按照与液体相同的方法计算,其他区域均按照液体的过渡区计算。

4 阻力系数计算模型的准确性对比

在应用上述模型时,最大的问题是阻力系数模型的选取问题。不同的流型下有多种阻力系数计算模型,这使得在实际应用中选取时往往无所适从。为此,利用文献中已有的实验结果对上述阻力系数模型计算的准确性进行对比分析。

4.1 过渡区不同阻力系数模型与实验结果的对比

李爱芬、李明忠等^[5-7]分别使用不同粒径砂粒在静止的清水、煤油、机油中进行了沉降实验。经分析,这些实验均位于过渡流沉降区。固体颗粒密度均为 2632 kg/m³,清水、煤油、机油的密度分别为 1000, 764, 864 kg/m³,流体粘度分别为 0.869 5/1.18 (清水条件下做了两组粘度的实验), 1.256, 8.06 mPa · s

分别使用上述清水、煤油、机油 3 组实验的计算条件(由于是静水实验,设定 $v_f = 0$),采用 5 种过渡区阻力系数模型计算沉降末速随颗粒直径的变化,并将计算结果与实验结果进行对比,结果如图 2 所示。

在过渡区,3 组实验条件下 5 种阻力系数模型的计算结果与实验结果对比后得到的准确性排序具有较好的一致性。5 种过渡沉降区阻力系数计算模型的准确性从好到差排序依次为:窦国仁公式、文献

[4]公式、 $\frac{1}{18}\mu$ 公式、S. H. Allen公式和冈恰洛夫公式,其平均相对误差分别为 4.5%, 8.8%, 10.2%, 23.2%和 41.9%。

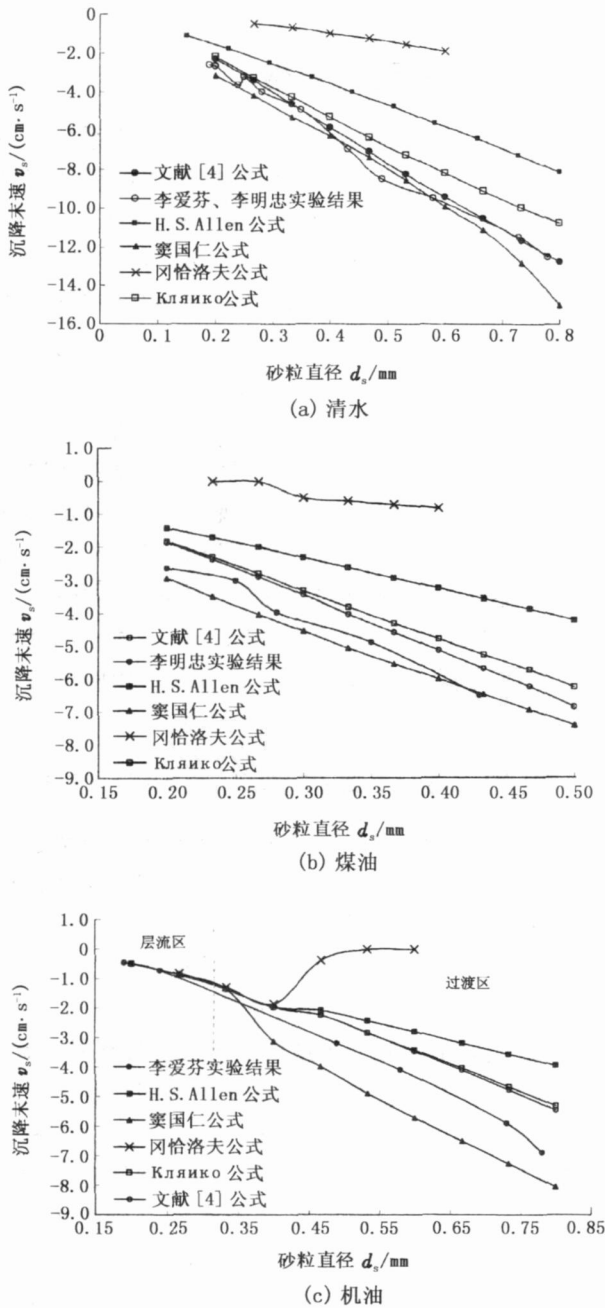


图 2 不同介质中过渡沉降区阻力系数模型计算结果与实验结果对比

4.2 层流沉降区不同阻力系数模型计算结果对比

由于缺乏层流沉降区的实验数据,为了检验层流区各种阻力系数模型的计算结果,使用颗粒直径 0.05 ~ 0.80 mm,固体砂粒密度 2632 kg/m³,流体密度 864 kg/m³,流体粘度 22 mPa · s等数据,并利用全部 4种层流区阻力系数模型进行了计算。

经检验,上述流固参数的颗粒沉降属于层流区。

计算结果如图 3所示。

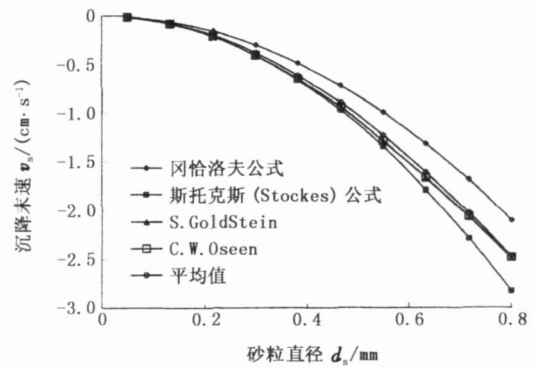


图 3 层流区不同阻力系数模型计算结果对比

由图 3可以看出,4种模型的计算结果差别不大。由于没有相应的实验数据,因此计算 4种方法的平均值,根据与平均值的误差从小到大排序为: C. W. Oseen方法、S. Goldstein方法、Stokes方法和冈恰洛夫方法,其与平均值的相对误差分别为 1.8%, 2.2%, 6.7%和 12.2%。

4.3 砂粒运动末速计算结果在各流型之间的转换特征

根据雷诺数将固体颗粒运动流型分为 4个区域,每个区域又有各自的不同计算模型,为了检验各个模型之间的连续性,设置了计算条件:颗粒密度 2632 kg/m³,流体密度 1000 kg/m³,流体粘度 0.8 mPa · s,固体颗粒直径为 0.01 ~ 3 mm,该变化区间内同时出现层流区、过渡区和紊流沉降区。计算得到颗粒运动末速随颗粒直径的变化关系见图 4。

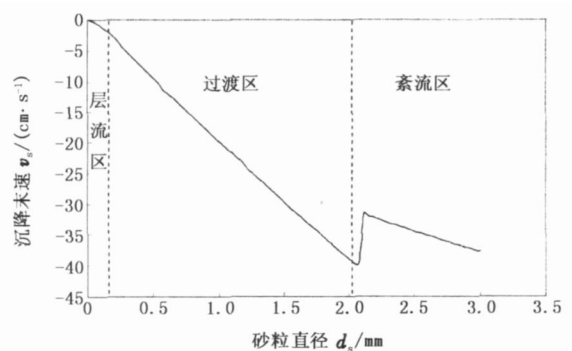


图 4 砂粒运动末速随砂粒直径的变化

由图 4看出,随着颗粒直径的变化,利用上述模型计算得到的颗粒运动速度从层流区向过渡区变化时比较平滑,而从过渡区向紊流区过渡时出现了明显的跳跃或不连续现象,这与实际是不相符的。

为了进一步核实,重新保持砂粒直径为 1 mm,而流体粘度从 2 mPa · s变化到 0.001 mPa · s,以保证能够出现过渡区和紊流区,重新计算得到颗粒运动末速随流体粘度的变化曲线,如图 5所示。同样

在两个流型过渡时出现不连续现象,与图 4 的结果一致。

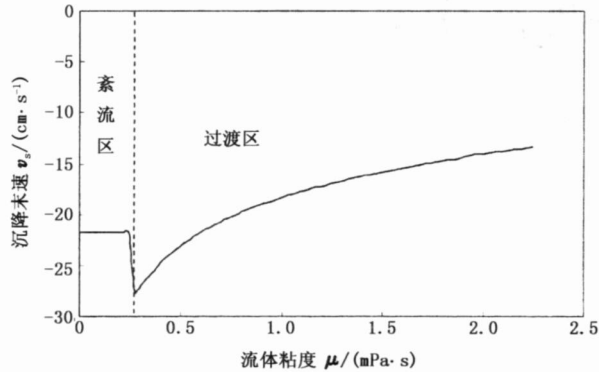


图 5 砂粒运动末速随流体粘度的变化

根据上述分析,在实际应用中,当有可能出现紊流区时,由于条件变化而导致固体颗粒运动流型从过渡区向紊流区转变时,计算得到的颗粒运动末速会有明显的跳跃现象,因此必须采取诸如插值、修正等相应处理办法,以保证计算结果随计算条件变化的连续性。

5 模型在井筒携砂分析中的应用

给定流体流速条件下,固体砂粒在流体中的运动末速可由式 (7)或式 (9)计算,并可解决如下 3 种油气井井筒携砂生产中的问题:

(1) 已知地层砂粒径,分析给定产量条件下的井筒携砂能力,即砂粒在上述条件下运动状态和速度。结合井筒温度、压力计算模型,可计算沿井筒流体密度、粘度的变化,进而计算沿井筒固体颗粒的运动速度分布,确定砂粒从井底被携带到井口所需的时间。

(2) 已知地层砂粒径,给定颗粒运动速度条件,确定所需要的井筒携砂临界流速和临界产量。这种情况主要出现在井筒排砂生产设计中。给定砂粒径 d_s ,要求的流速 v_s ,利用方程 (7)或 (9)反求相应的流体流速 v_f 。

已知所需的临界流速 v_f 后,可确定地面临界产量。对于气井,对应的标准状况下的临界产量为

$$q_{sc} = 8.64 v_f A_f \frac{Z_{sc} T_{sc}}{p_{sc}} \frac{p}{ZT}$$

对于油井,根据混合物密度可计算地面临界产量,即

$$q_l = 86.4 v_f A_f \rho$$

式中, q_{sc} 为标准状况下的临界产气量, $10^4 \text{ m}^3/\text{d}$; q_l

为油井地面携砂临界产量, t/d ; A_f 为井筒流动截面积, m^2 ; p_{sc}, T_{sc}, Z_{sc} 分别为标准状况下的压力、温度和天然气偏差系数; p, T, Z 分别为计算位置处的压力、温度和天然气偏差系数。

(3) 给定油气井产量,设定颗粒运动速度条件,确定能够携带的最大砂粒径。这种情况主要出现在出砂油气井的适度排砂生产设计中。首先确定地面设备能容许的砂粒径 d_{s1} ,然后根据配产量应用方程 (7)或 (9)计算流体能够携带的最大粒径 d_{s2} ,根据上述两个粒径可确定井筒防砂介质需要的挡砂精度 $\min\{d_{s1}, d_{s2}\}$ 。

6 结 论

(1) 推导了任意流体流速及固液密度条件下的牛顿流体中的砂粒运动末速计算模型。该模型克服了现有模型静水条件和要求固体颗粒密度大于流体密度的局限性,具有更广泛的应用范围。

(2) 5 种过渡区阻力系数模型的计算准确性从好到差排序依次为: 窦国仁公式、文献 [4] 公式、K 公式、S. H. Allen 公式和冈恰洛夫公式。

(3) 层流区阻力系数 4 种模型的计算结果差别不大,根据与平均值的误差从小到大排序为: C. W. Oseen 方法、S. Goldstein 方法、Stokes 方法和冈恰洛夫方法。

(4) 颗粒运动末速从层流区向过渡区变化时比较平滑,而从过渡区向紊流区过渡时出现了明显的跳跃现象。在实际应用中,必须采取诸如插值、修正等相应处理办法,以保证计算结果随计算条件变化的连续性。

参考文献:

[1] 吴宁,张琪,曲占庆. 固体颗粒在液体中沉降速度的计算方法评述 [J]. 石油钻采工艺, 2000, 22 (2): 51-54.
WU Ning, ZHANG Qi, QU Zhan-qing. Evaluation on calculation methods of solid particle settling velocity in fluid [J]. Oil Drilling & Production Technology, 2000, 22 (2): 51-54.

[2] 李洪波. 气砂两相流在天然气开采过程中的理论及实验研究 [D]. 成都: 四川大学, 2004: 29-47.

[3] 岳湘安. 液固两相流基础 [M]. 北京: 石油工业出版社, 1996: 71-73.

[4] 董长银. 水平井砾石充填数值模拟技术研究 [D]. 东营: 石油大学石油工程学院, 2003: 21-23.

(下转第 63 页)

4 结 论

(1)去离子水在 $5\ \mu\text{m}$ 和 $2\ \mu\text{m}$ 微圆管中表现出不同程度非线性流动特性,管径越小,非线性流动特性越强。

(2)微圆管的视渗透率不是常数,而是随着压力梯度的增加而增加,最后逐渐趋近理论值;边界层厚度与管径的比值随压力梯度增加而降低;流动横截面积随压力梯度变化而变化。

(3)边界层是影响低速非线性流动特性的主要因素之一;启动压力梯度存在与否还有待进一步的实验证实。

参考文献:

- [1] 冯文光. 非达西低速渗流的研究现状与展望问题 [J]. 石油勘探与开发, 1986, 13(4): 76-80.
FENG Wen-guang Research advance and problems in non-Darcy flow at low velocity[J]. Petroleum Exploration and Development, 1986, 13(4): 76-80.
- [2] 姚约东,葛家理. 低渗透油藏不稳定渗流规律的研究 [J]. 石油大学学报:自然科学版, 2003, 27(2): 55-62
YAO Yue-dong, GE Jia-li Non steady flow in low permeability reservoir[J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 2003, 27(2): 55-62
- [3] 姚约东,葛家理,李相方. 低渗透油藏油水两相渗流研究 [J]. 石油大学学报:自然科学版, 2005, 29(2): 52-

56

YAO Yue-dong, GE Jia-li, LI Xiang-fang Oil-water two-phase fluid flow in low permeability reservoir[J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 2005, 29(2): 52-56

- [4] 谢然红,肖立志,张建民,等. 低渗透储层特征与测井评价方法 [J]. 中国石油大学学报:自然科学版, 2006, 30(1): 47-55.
XIE Ran-hong, XIAO Li-zhi, ZHANG Jian-min, et al Low permeability reservoir characteristics and log evaluation method[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2006, 30(1): 47-55.
- [5] 黄廷章. 低渗透油层渗流机理 [M]. 北京:石油工业出版社, 1998
- [6] BEAR J. 多孔介质流体动力学 [M]. 李竟生,陈崇希,译. 北京:中国建筑工业出版社, 1983
- [7] 王向英,钟安祥. 低渗透地层粘土的稳定性 [J]. 国外油田工程, 1996(1): 13-17.
WANG Xiang-ying, ZHONG An-xiang Stability of clay in low permeability reservoir[J]. Foreign Oilfield Engineering, 1996(1): 13-17.
- [8] ALEXANDER Pertsin, MICHAEL Grunze Water-graphite interaction and behavior of water near the graphite surface[J]. The Journal of Physics Chemistry B, 2004, 108: 1357-1364.
- [9] 马尔哈辛. 油层物理化学机理 [M]. 北京:石油工业出版社, 1987.

(编辑 李志芬)

(上接第 59 页)

- [5] 李明忠,王卫阳,赵国景. 垂直井筒井液携砂流动规律研究及其在油井生产中的应用 [J]. 实验力学, 2002, 17(3): 386-391.
LI Ming-zhong, WANG Wei-yang, ZHAO Guo-jing The flowing rules of sand carrying well fluid in vertical wellbores and its application in oil production[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2002, 17(3): 386-391.
- [6] 李明忠,王卫阳,何岩峰,等. 垂直井筒携砂规律研究 [J]. 石油大学学报:自然科学版, 2000, 24(2): 33-35.
LI Ming-zhong, WANG Wei-yang, HE Yan-feng, et al

Experimental study on the performance of sand moving in vertical wellbore[J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 2000, 24(2): 33-35.

- [7] 李爱芬. 地层砂粒在液体中的沉降规律研究 [J]. 油气地质与采收率, 2001, 8(1): 70-73.
LI Ai-fen Study on settling rule of formation sand in the liquid fluids[J]. Oil & Gas Recovery Technology, 2001, 8(1): 70-73.

(编辑 李志芬)